

Dagli articoli del Codice alle formule: come (s)ragiona un matematico

Castellammare del Golfo, 18 Novembre 2022

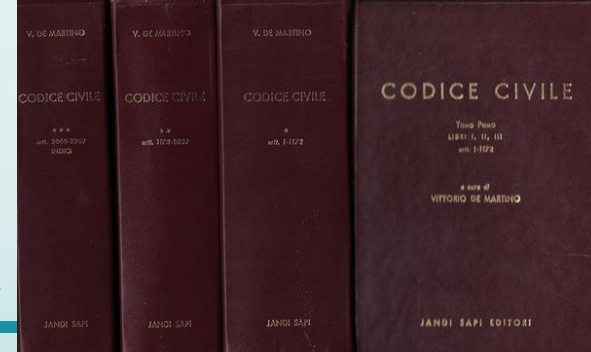
AMMORTAMENTO NEI MUTUI E NEI LEASING
INDETERMINATEZZE, ANATOCISMO, ALTRE CRITICITA'

PROF. FRANCO NARDINI

Disclosure

- Nell'esposizione che segue mi attengo al documento predisposto dalla Commissione che il Consiglio Scientifico dell'Associazione per la Matematica Applicata alle Scienze Economiche e Sociali (AMASES) ha nominato per lo studio della *vexata quaestio* dell'anatocismo nei mutui

Dal Codice alla notazione matematica



- **art. 1813 CC – Nozione**
Il mutuo è il contratto col quale una parte consegna all'altra una determinata quantità di denaro o di altre cose fungibili, e l'altra si obbliga a restituire altrettante cose della stessa specie e quantità.
- **art. 1819 CC – Restituzione rateale**
Se è stata convenuta la restituzione rateale delle cose mutate e il mutuatario non adempie l'obbligo del pagamento anche di una sola rata, il mutuante può chiedere, secondo le circostanze, l'immediata restituzione dell'intero.
- **art. 1815 CC, comma 1 – Onerosità del mutuo, interessi**
*Salvo diversa volontà delle parti, il mutuatario deve corrispondere gli interessi al mutuante. Per la determinazione degli interessi si osservano le disposizioni dell'**articolo 1284 CC**.*
- **art. 1284 CC, comma 1 e 2 – Saggio degli interessi**
*Il saggio degli interessi legali è del 5% (aggiornato con delibera del Ministero Economia e Finanze) in ragione di anno. [...]
Allo stesso saggio si computano gli interessi convenzionali, se le parti non ne hanno determinato la misura.*

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = H \Psi$$

Parametri contrattuali

Ammontare del finanziamento o debito iniziale	D_0	art. 1813 CC
---	-------	---------------------

Durata in anni	d	art. 1819 CC
----------------	-----	---------------------

Numero delle rate (periodiche) in un anno	m	art. 1819 CC
---	-----	---------------------

Tasso convenzionale ex art. 1284 (TAN?)	j	art. 1284 CC
---	-----	---------------------

Da questi si deducono

Il numero delle rate	$N = m d$	art. 1819 CC
----------------------	-----------	---------------------

Il tasso periodale	$i = j/m$	art. 1284 CC
--------------------	-----------	---------------------

Prestazione principale e prestazione accessoria

- **art. 1194 CC – Imputazione del pagamento agli interessi**

Il debitore non può imputare il pagamento al capitale piuttosto che agli interessi senza il consenso del creditore. Il pagamento fatto in conto di capitale e di interessi deve essere imputato prima agli interessi.

- **art. 820 CC - Frutti naturali e frutti civili, comma 2**

Sono frutti civili quelli che si ritraggono dalla cosa come corrispettivo del godimento che altri ne abbia. Tali sono gli interessi dei capitali, i canoni enfiteutici, le rendite vitalizie e ogni altra rendita, il corrispettivo delle locazioni.

- **Avv. Alfonso Quintarelli**

- “ Tale regola [**art. 1194 cod. civ.**] ha senso... allorché sia il credito per capitale che quello accessorio per gli interessi (e spese) siano simultaneamente liquidi ed esigibili, e vale pertanto nell'ambito delle obbligazioni pecuniarie” (Cass. civ., 20-04-2007, n. 9510)
- “Nei mutui/finanziamenti le obbligazioni pecuniarie per capitale e relativi interessi sono, dall’origine, esistenti, certe e liquide”... “Tra le regole generali delle obbligazioni che si applicano all’obbligazione degli interessi c’è quella dell’**art. 1183 cod. civ.**, che si condensa nel principio *quod sine die debetur statim debetur*, ... gli interessi, quindi, sono di norma immediatamente esigibili”.

Dal Codice alle formule

- Normativa

L' **art.1194** CC prevede che il pagamento (la rata) fatto in conto di capitale (quota capitale) di interessi (quota interessi) deve essere imputato prima agli interessi . Pertanto il piano di ammortamento va costruito a partire dal calcolo della quota interessi e deducendo per differenza la quota capitale e non viceversa.

- **Reg. 1:** Interessi maturati ed esigibili alla fine del periodo h
(art. 1815, 1284, 820 comma1)
- **Reg. 2:** prestazioni esigibili alla fine del periodo h
(art. 1194, 1819, 820 comma 2)
- **Reg. 3:** somma mutuata che rimane a disposizione del mutuatario nel periodo $h+1$
(art. 1813, 1819)
- **Reg. 4:** Condizione di chiusura
(art. 1813)

- Matematica

- **Reg. 1:** $I_h = D_{h-1} \cdot i$
– quota interesse
- **Reg. 2:** $C_h = R_h - I_h$
– Rata
- **Reg. 3:** $D_h = D_{h-1} - C_h$
– debito residuo
- **Reg. 4:** $D_0 = C_1 + C_2 + \dots + C_N$

Dalle formule ai piani di ammortamento

- Ammortamento con pagamento periodico dei soli interessi e restituzione finale del capitale in un'unica soluzione detto anche a quote interesse costanti (c. d. **bullet loan**)

- $C_1 = C_2 = \dots = C_{N-1} = 0 \quad C_N = D_0$

- Ammortamento con quote capitale costanti (c. d. **italiano**)

- $C_1 = C_2 = \dots = C_N = C$
dalla condizione di chiusura segue

$$C = D_0 / N$$

- Ammortamento con rate costanti (c. d. **francese**)

- $R_1 = \dots = R_N = R$
dalla condizione di chiusura segue

$$C_h = i \frac{D_0}{(1+i)^N - 1} (1+i)^{h-1}$$

Alcune osservazioni

- **Date le regole 1 2 3 4**, un piano d'ammortamento è perfettamente definito dalla successione delle quote capitale
- I tre piani or ora proposti sono stati tutti ottenuti fornendo la successione delle quote capitale
 - Il bullet loan ponendole tutte a 0 tranne l'ultima
 - L'italiano ponendole costanti
 - Il francese ponendo le rate costanti ed ottenendo quote capitale crescenti in progressione geometrica
- In nessuno dei tre casi si è fatto ricorso ad una qualche forma di capitalizzazione.
- Personalmente sono convinto che o sono tutti e tre accettabili o sono tutti e tre da respingere

Un'osservazione sorprendente

- Nell'esposizione precedente la rata costante dell'ammortamento alla francese viene ottenuta come somma di una quota capitale (crescente nel tempo) più una quota interesse calcolata come **interesse semplice sul debito residuo** del periodo precedente,
- Con una sorprendente osservazione il Dott. Marcelli ha provato che la stessa rata può essere interpretata anche come somma di una quota capitale (decrescente nel tempo) più una **quota interesse calcolata come interesse composto sulla quota capitale** medesima.
- Questa secondo l'autore è la prova che questo contratto nasconde l'applicazione di interessi anatocistici

Tradotto in termini di regole

- Normativa

- **Reg. 1mod:** Interessi maturati ed esigibili alla fine del periodo h
(art. 1815, 1284, 820 comma1)
- **Reg. 2:** prestazioni esigibili alla fine del periodo h
(art. 1194, 1819, 820 comma 2)
- **Reg. 3:** somma mutuata che rimane a disposizione del mutuatario nel periodo $h+1$
(art. 1813, 1819)
- **Reg. 4:** Condizione di chiusura
(art. 1813)

- Matematica

- **Reg. 1mod:** $I_h = C_h ((1+i)^h - 1)$
– quota interesse
- **Reg. 2:** $C_h = R_h - I_h$
– Rata
- **Reg. 3:** $D_h = D_{h-1} - C_h$
– debito residuo
- **Reg. 4:** $D_0 = C_1 + C_2 + \dots + C_N$

Pur modificando la **Regola 1** si torna ad ottenere un piano con la medesima rata costante

La proposta del Dott. Marcelli

- Normativa

- **Reg. 1M**: Interessi maturati ed esigibili alla fine del periodo h
(art. 1815, 1284, 820 comma1)
- **Reg. 2**: prestazioni esigibili alla fine del periodo h
(art. 1194, 1819, 820 comma 2)
- **Reg. 3**: somma mutuata che rimane a disposizione del mutuatario nel periodo $h+1$
(art. 1813, 1819)
- **Reg. 4**: Condizione di chiusura
(art. 1813)

- Matematica

- **Reg. 1M**: $I_h = C_h \cdot i \cdot h$
– quota interesse
- **Reg. 2**: $C_h = R_h - I_h$
– Rata
- **Reg. 3**: $D_h = D_{h-1} - C_h$
– debito residuo
- **Reg. 4**: $D_0 = C_1 + C_2 + \dots + C_N$

Utilizzando la capitalizzazione semplice nella **Regola 1** si elimina l'anatocismo

Il mercato dei mutui nell'Eurozona

- In tutta la zona Euro la rata del piano di ammortamento a rata costante si calcola con la formula contestata dalla minoranza della giurisprudenza italiana.
Il tasso è calcolato aggiungendo all'Eurirs (tasso IRS sull'Euro) uno spread.
 - L'Eurirs è quotato giornalmente sul Sole24 Ore <https://mercati.ilsole24ore.com/tassi-e-valute/tassi/irs>.
- Quindi per un mutuo di
 - € 100.000,00 rimborsabile con
 - 20 rate annuali
 - se il tasso di mercato è 5,00%
- la rata annuale è di € 8.024,26
e nessuna banca che opera nell'Eurozona potrà concederlo per una rata più bassa, pena subire perdite certe;
 - per questo, se si dovesse adottare un diverso metodo di calcolo della rata la banca dovrà richiederlo ad tasso che le garantisca la stessa rata
- nel caso di Marcelli il tasso che garantisce la stessa rata è 6,62%
 - mentre con il tasso del 5,00% la rata è di € 7.344,26

diaboli virtus in lumbis est!

Francese

time	Instalment	Principal	Interest	Unpaid balance
1	8024.26	3024.26	5000.	96975.7
2	8024.26	3175.47	4848.79	93800.3
3	8024.26	3334.25	4690.01	90466.
4	8024.26	3500.96	4523.3	86965.1
5	8024.26	3676.01	4348.25	83289.1
6	8024.26	3859.81	4164.45	79429.3
7	8024.26	4052.8	3971.46	75376.5
8	8024.26	4255.44	3768.82	71121.
9	8024.26	4468.21	3556.05	66652.8
10	8024.26	4691.62	3332.64	61961.2
11	8024.26	4926.2	3098.06	57035.
12	8024.26	5172.51	2851.75	51862.5
13	8024.26	5431.13	2593.12	46431.4
14	8024.26	5702.69	2321.57	40728.7
15	8024.26	5987.83	2036.43	34740.8
16	8024.26	6287.22	1737.04	28453.6
17	8024.26	6601.58	1422.68	21852.
18	8024.26	6931.66	1092.6	14920.4
19	8024.26	7278.24	746.02	7642.15
20	8024.26	7642.15	382.108	0.

Marcelli

time	Instalment	Principal	Interest	Unpaid balance
1	8023.97	7526.26	497.712	92473.7
2	8023.97	7086.69	937.285	85387.
3	8023.97	6695.63	1328.35	78691.4
4	8023.97	6345.47	1678.5	72345.9
5	8023.97	6030.12	1993.86	66315.8
6	8023.97	5744.62	2279.35	60571.2
7	8023.97	5484.94	2539.03	55086.3
8	8023.97	5247.72	2776.25	49838.5
9	8023.97	5030.17	2993.81	44808.4
10	8023.97	4829.94	3194.04	39978.4
11	8023.97	4645.04	3378.94	35333.4
12	8023.97	4473.77	3550.2	30859.6
13	8023.97	4314.68	3709.29	26545.
14	8023.97	4166.52	3857.45	22378.4
15	8023.97	4028.2	3995.77	18350.2
16	8023.97	3898.77	4125.21	14451.5
17	8023.97	3777.39	4246.58	10674.1
18	8023.97	3663.35	4360.63	7010.72
19	8023.97	3555.99	4467.99	3454.74
20	8023.97	3454.74	4569.24	8.73115×10^{-11}



Estinzione anticipata del mutuo dopo un anno ed accensione di uno nuovo

- Supponendo che non siano intervenute variazioni dei tassi, e che quindi il tasso annuo continui ad essere il 5,00%,
- se estinguo il mutuo dopo il primo anno mediante il pagamento del debito residuo di € 92.473,74
- e finanzia tale operazione accendendo un nuovo mutuo per il medesimo importo al medesimo tasso per 19 anni il piano d'ammortamento da
diventa

8.023,97,	7.086,69,	937,28,	85.387,10
7.651,52,	7.182,84,	468,68,	85.290,90
- Ripetendo la stessa strategia l'anno successivo si passa da
a

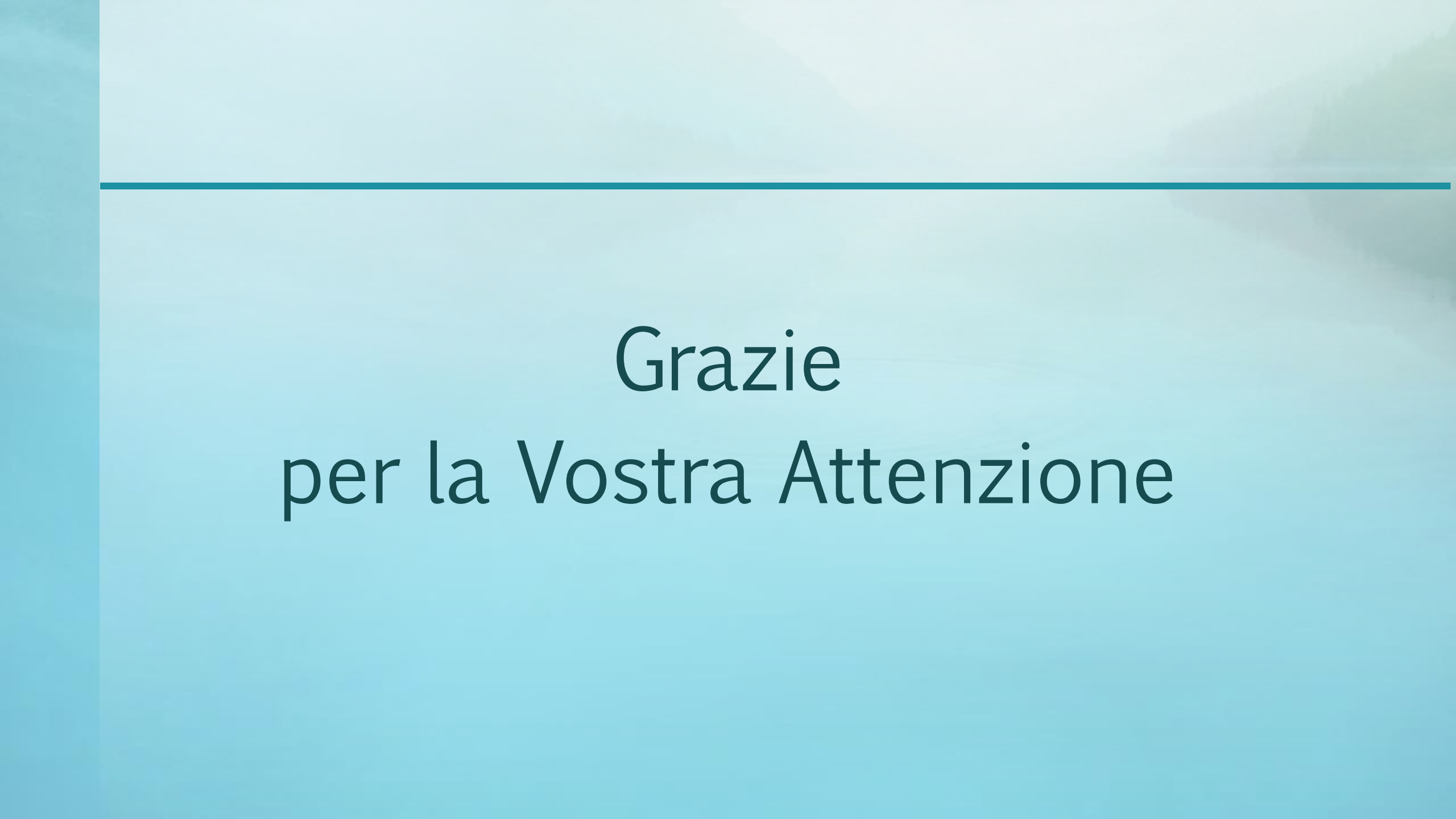
8.023,97,	6.695,63,	1.328,35,	78.691,40
7.297,16,	6.855,66,	441,50,	78.435,20

C'è una via d'uscita?

- Si può rendere molto onerosa l'estinzione anticipata
- Si può consentire l'estinzione anticipata chiedendo come saldo quella che la matematica finanziaria chiama «valutazione prospettiva del debito residuo»
 - Questa consiste nel valore scontato al momento dell'estinzione delle rate ancora da versare
 - Nel caso in esame tale valutazione prospettiva è di € 96.327,90
- Si può riformulare il piano d'ammortamento facendo l'operazione inversa di quella fatta passando dagli interessi sul debito residuo a quelli sulla quota capitale, tenendo però conto del fatto che stiamo operando in capitalizzazione semplice con equilibrio al tempo iniziale. Questa alternativa è stata esaminata dal Prof. Annibali

Osservazioni

- Il fatto che questo problema non si presenti quando si opera in capitalizzazione composta è dovuto alla proprietà di scindibilità di questo regime di capitalizzazione che assicura ad ogni scadenza la coincidenza della usuale valutazione (retrospettiva) del debito residuo con quella prospettiva
- Last but not least occorre sottolineare che se si adotta questa impostazione è necessario applicarla a tutti i tipi di rimborso progressivo e non solo a quello a rata costante ed anche ai piani che prevedono il cosiddetto preammortamento (tecnicamente questo significa che le prime quote capitale sono nulle): se per l'ammortamento a rata costante come abbiamo visto è sufficiente aumentare il tasso e la rata non cambia per tutti gli altri piani la conseguenza sarà di ottenere piani anche molto diversi da quelli attualmente in uso.



Grazie
per la Vostra Attenzione